

### 3. zadatak

1. Neka su  $\varphi_1: E \rightarrow E_1$  i  $\varphi_2: E \rightarrow E_2$  izogeniji

(c.d.  $(\deg \varphi_1, \deg \varphi_2) = 1$ ). Dokažite

$$[\varphi_1]_* [\varphi_1]^* \varphi_2 = \varphi_2,$$

2. Pokažite da  $[\varphi]_* (\widehat{\varphi_2 \circ \varphi_1}) = \widehat{[\varphi]_* \varphi_2 \circ [\varphi]_* \varphi_1}$ ,

gdje su  $\varphi_1, \varphi_2$  i  $\varphi_2$  izogeniji čiji je kodomen  $E$  takav da je

$$(\deg \varphi_1, \deg \varphi_2, \deg \varphi_2) = 1,$$

Za idući zadatak će vam trebati **MAGMA** (ili besplatni  
MAGMA calculator [magma.maths.usyd.edu.au/calc](http://magma.maths.usyd.edu.au/calc))

Pogledajte help za paket **Quaternion Algebras** na  
službenoj web-stranici. Cilj je da se naučite koristiti funkcijama  
iz tog paketa.

3. a) kreirajte kvaternion sklop algebru  $\mathcal{A}$  ramificiranu u  $p=23$  i  $\infty$   
nad  $\mathbb{Q}$   
b) konstruirajte neki maksimalan real  $\mathcal{O}$  i specijalan real  $\mathcal{O}_0$   
(prisjetite se koji mu je bazis za  $p \equiv 3(4)$ ).

c) konstruirajte u  $\mathcal{O}$  neki lijini  $\mathcal{O}$ -ideal  $I$  proste norme  
i izračunajte njegov desni reel

d) odredite klase lijinih ideala redova  $\mathcal{O}$  i  $\mathcal{O}_0$  - kojoj klasi  
pripada ideal  $I$  iz c) dijela

e) <sup>(\*)</sup> "komplementirajte" Proposition 5. iz članka -

za danu klasu  $Z$  iz  $\text{Cl}_{\mathfrak{f}}(\mathcal{O})$  odredite  $(c:\mathfrak{D}) \in \mathcal{P}^1(\mathbb{Z}/N\mathbb{Z})$

t.d.  $\exists (c:\mathfrak{D}) \simeq Z$ .

(sami konkretizirajte objekte koji se javljaju u propoziciji)

nije obavezno  
ako ste višti  
u Magmi